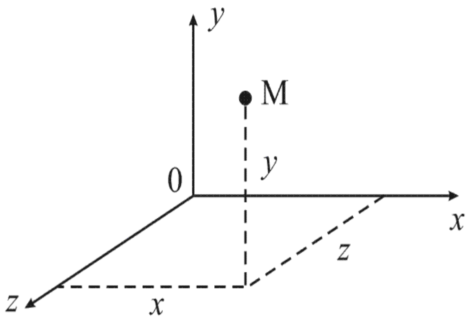
Геометрия «Метод координат в пространстве »

Прямые *x*, *y*, *z* называются *координатными осями* (или осями координат),
Оси координат обозначаются так:
OX- ось абсцисс
OY- ось ординат
OZ- ось аппликат
точка их пересечения *O* – началом координат,
а плоскости *xOy*, *xOz* и *yOz* – *координатными плоскостями*.
В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются ее координатами. M(x; y; z).

Прямоугольная система координат в пространстве



Действия над векторами:	*Примеры:*
Сложение векторов $\vec{a}(x_1;y_1;z_1)+\vec{b}(x_2;y_2;z_2)=\vec{m}(x_1+x_2;y_1+y_2;z_1+z_2)$	$\vec{a}(1;-4;-1)+\vec{b}(3;0;-2)=\vec{m}\big(1+3;\ -4+0;-1+(-2)\big)=\vec{m}(4;-4;-3)$
Вычитание векторов $\vec{a}(x_1;y_1;z_1)-\vec{b}(x_2;y_2;z_2)=\vec{n}(x_1-x_2;y_1-y_2;z_1-z_2)$	$\vec{a}(1;-4;-1)-\vec{b}(3;0;-2)=\vec{n}\big(1-3;\ -4-0;\ -1-(-2)\big)=\vec{n}(-2;-4;1)$
Умножение вектора на число *k*. $k\vec{a}(x;y;z)=\vec{c}(kx;ky;kz)$	$3\vec{a}(-1;2;0)=\vec{c}(3\cdot(-1);\ 3\cdot 2;\ 3\cdot 0)==\vec{c}(-3;6;0)$
$2\vec{a}(1;-4;-1)+4\,\vec{b}(3;0;-2)=\vec{p}\big(2\cdot 1+4\cdot 3;\ 2\cdot(-4)+4\cdot 0;\ 2\cdot(-1)+4\cdot(-2)\big)=\vec{p}(14;-8;-10)$	

Простейшие задачи в координатах:	*Задачи:*
Координаты середины отрезка AB: A(x_1;y_1;z_1), B(x_2;y_2;z_2). Точка M середина отрезка AB. $\boxed{\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2};\frac{z_1+z_2}{2}\right)}$	A(1;-1;0), B(6;-3;-4). Точка N Середина отрезка AB. Найти координаты точки N. $\mathrm{M}\left(\frac{1+6}{2};\frac{-1+(-3)}{2};\frac{0+(-4)}{2}\right)=\mathrm{M}(3{,}5;-4;-4\,)$ ***Ответ:*** $\mathrm{M}(3{,}5;-4;-4\,)$
Вычисление длины вектора $\vec{a}(x;y;z)$ по его координатам: $\boxed{\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$	Вычисление длины вектора $\vec{n}(3;-4;0)$. $\lvert\vec{n}\rvert=\sqrt{3^2+(-4)^2+0^2}=\sqrt{9+16+0}=\sqrt{25}=5$ ***Ответ:*** *5*
Расстояние между двумя точками. A(x_1;y_1;z_1) и B(x_2;y_2;z_2). $\boxed{\lvert AB\rvert=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}}$	Вычислить расстояние между двумя точками C(2;-3;7) и B(-2;3;7). $\lvert CD\rvert=\sqrt{(-2-2)^2+\big(3-(-3)\big)^2+(7-7)^2}=\sqrt{16+36+0}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ ***Ответ:*** $2\sqrt{13}$

Вычисление координат вектора $\overrightarrow{AB}$. *Если* A(x_1;y_1;z_1), B(x_2;y_2;z_2). $\overrightarrow{AB}\{x_2-x_1; y_2-y_1; z_2-z_1\}$	**В пространстве расположены три точки, заданные своими координатами: А(1; 6; 3), В (3; − 1; 7) и С(− 4; 3; − 2). Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BC}$** $\overrightarrow{AB}\{3-1; -1-6; 7-3\} = \overrightarrow{AB}\{2; -7; 4\}$ $\overrightarrow{BC}\{-4-3; 3-(-1); -2-7\} = \overrightarrow{BC}\{-7; 4; -9\}$ $\overrightarrow{AC}\{-4-1; 3-6; -2-3\} = \overrightarrow{AC}\{-5; -3; -5\}$ **Ответ:** $\overrightarrow{AB}\{2;\ -7;\ 4\}$; $\overrightarrow{AC}\{-5; -3; -5\}$; $\overrightarrow{BC}\{-7; 4; -9\}$
Скалярное произведение векторов $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ выражается формулой: $\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2$	Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a}\{2; 1; -6\}$ и $\vec{b}\{3; 0; -1\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b} = 2\cdot 3 + 1\cdot 0 + (-6)\cdot(-1) = 6 + 0 + 6 = 12$ Ответ:12
Перпендикулярность векторов: $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$и $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$; $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0;$ $\quad x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2 = 0$	**Перпендикулярны ли векторы** $\vec{a}\{2; 1; 6\}$ и $\vec{b}\{3; 0; -1\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b} = 2\cdot 3 + 1\cdot 0 + 6\cdot(-1) = 6 + 0 - 6 = 0$ Ответ: да
Коллинеарность векторов: $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$и $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$; $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$, если координаты векторов не равны нулю.	Задача. Коллинеарны ли векторы: а) $\vec{a}${-5;3;-1} и $\vec{b}${-10; 6;-2}; b) $\vec{c}${-6;3;-1} и $\vec{d}${2; -9;3}; Решение. а) $\frac{-5}{-10} = 0{,}5;\ \frac{3}{6} = 0{,}5;\ \frac{-1}{-2} = 0{,}5$ *Да, векторы коллинеарны* b) $\frac{-6}{2} = -3;\ \frac{3}{-9} = -\frac{1}{3};\ \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$ *Нет, векторы не коллинеарны* *Ответ: а) да b) нет*
Косинус угла между ненулевыми векторами векторов $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ вычисляется по формуле: $\boxed{cos\varphi = \frac{x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}}$	**Найти косинус угла между векторами $\vec{a}$ = {4; 3; 0} и $\vec{b}$ = {0; 12; 5}.** $\cos\varphi = \frac{4\cdot 0 + 3\cdot 12 + 0\cdot 5}{\sqrt{4^2+3^2+0^2}\cdot\sqrt{0^2+12^2+5^2}} = \frac{36}{5\cdot 13} = \frac{36}{65}$ **Ответ:36/65**