

## Логарифмы и их свойства

Логарифмом числа  $b$  по основанию  $a$  называется показатель степени  $x$ , в которую нужно возвести  $a$ , чтобы получить число  $b$ .

$$\log_a b = x, \quad a^x = b, \quad \text{где } b>0, a>0, a \neq 1$$

$$\log_2 8 = 3, \text{ т. к. } 2^3 = 8$$

$$\log_{0,5} 8 = -3, \text{ т. к. } \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$$

### Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

формулы	примеры
$\log_a 1 = 0$	$\log_6 1 = 0$
$\log_a a = 1$	$\log_\pi 1 = 0$ $\log_3 3 = 1$ $\log_{0,5} 0,5 = 1$
$a^{\log_a b} = b$	$5 \cdot 3^{\log_3 6} = 5 \cdot 6 = 30$ $49^{\log_7 4} = 7^{2 \cdot \log_7 4} = (7^{\log_7 4})^2 = 4^2 = 16$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$$

$$\log_8 6 \cdot 4 + \log_8 10 = \log_8(6 \cdot 4 \cdot 10) = \log_8 64 = 2$$

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a\left(\frac{b}{c}\right)$$

$$\log_5 60 - \log_5 12 = \log_5\left(\frac{60}{12}\right) = \log_5 5 = 1$$

$$\frac{8^{\log_5 50}}{8^{\log_5 2}} = 8^{\log_5 50 - \log_5 2} = 8^{\log_5\left(\frac{50}{2}\right)} = 8^{\log_5 25} = 8^2 = 64$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$n \cdot \log_a b = \log_a b^n$$

$$6 \cdot \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \cdot \log_7 7^{\frac{1}{3}} =$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{3} \log_7 7 = 2$$

$$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

$$\frac{1}{n} \cdot \log_a b = \log_{a^n} b$$

$$\log_{0,25} 2 = \log_{2^{-2}} 2 = \frac{1}{-2} \log_2 2 = -\frac{1}{2} \cdot 1 = -0,5$$

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13 = \log_{13^{\frac{1}{6}}} 13 = \frac{1}{\frac{1}{6}} \log_{13} 13 = 1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$$

$$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^n} b^n = \log_a b$$

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = \frac{3}{2} \cdot 1 = 1,5$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$$

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2$$

$$\begin{aligned}\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2 &= \log_7 5 + \\ + \log_7 0,2 &= \log_7 (5 \cdot 0,2) = \\ \log_7 1 &= 0\end{aligned}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

$$\log_6 7 \cdot \log_7 6 = 1$$

**Свойства логарифмов выполняются тогда, когда не нарушают их область определения**

### **Специальные обозначения**

$\log_{10} b = \lg b$  - десятичные логарифмы

$\log_e b = \ln b$  - натуральные логарифмы ( $e \approx 2,718\dots$ )