

## Геометрический смысл производной

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке  $(x; f(x))$ .

$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

Касательной к графику функции  $f(x)$  является прямая  $y = kx + b$ .

Число  $k = \operatorname{tg} \alpha$  называют угловым коэффициентом прямой, а угол  $\alpha$  – углом между этой прямой и осью  $Ox$ .

Уравнение касательной к графику функции в точке  $(x_0; f(x_0))$

$$y = f(x) + f'(x) \cdot (x - x_0)$$

1) Найти значение производной функции  $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2$  в точке  $x_0 = 2$ .

2) Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$

3) Найти тангенс угла между касательной к графику функции  $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$  и осью  $Ox$ .

Решение:

$$f'(x) = (2x^3 + 4x^2 - 2)' = 6x^2 + 8x$$

$$f'(2) = 6 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 = 6 \cdot 4 + 16 = 24 + 16 = 40$$

Ответ:  $f'(2) = 40$

Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .

Решение:

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 4(-2)^2 - 2 = 2 \cdot (-8) + 4 \cdot 4 - 2 = -16 + 16 - 2 = -2$$

$$f'(x) = (2x^3 + 4x^2 - 2)' = 6x^2 + 8x$$

$$f'(-2) = 6 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) = 6 \cdot 4 - 16 = 24 - 16 = 8$$

$$y = f(x) + f'(x) \cdot (x - x_0)$$

(Подставим в формулу:  
 $x_0 = -2$ ;  $f(x) = -2$ ;  $f'(x) = 8$ )

$$y = -2 + 8(x - (-2))$$

$$y = -2 + 8(x + 2)$$

$$y = -2 + 8x + 16$$

$$y = 8x + 14$$

Ответ:  $y = 8x + 14$